

### 1.3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten

In einer Situation, in der **Vorwissen** vorhanden ist, muss **die Formel zur bedingten Wahrscheinlichkeit** verwendet werden:

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Hierbei stellt A das gesuchte Ereignis dar. Das Ereignis B enthält das Vorwissen.

**Beispiel:** Neun Spielkarten (vier Asse, drei Könige und zwei Damen) liegen verdeckt auf dem Tisch (siehe oben).

Jana dreht zwei zufällig gewählte Karten um und lässt sie aufgedeckt liegen.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die zweite Karte ein Ass, wenn man weiß, dass die erste Karte eine Dame war?

$$P_{\text{erste Dame}}(\text{zweite Ass}) = \frac{P(\text{zweite Ass} \cap \text{erste Dame})}{P(\text{erste Dame})} = \frac{P(da)}{P(d)} = \frac{\frac{2}{9} \cdot \frac{4}{8}}{\frac{2}{9}} = \frac{4}{8}$$

## 1.4 Zufallsvariable und Erwartungswert

Zufallsvariablen beschreiben zufällige Ereignisse, die mit Zahlen verknüpft werden, z.B. ein Gewinn in Euro, der beim Glücksrad ausgezahlt wird.

Eine Zufallsvariable  $X$  kann in einem Experiment unterschiedliche Werte  $x_i$  annehmen, wobei  $P(x_i)$  die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Werte  $x_i$  beschreibt.

Der Erwartungswert  $E(X)$  einer Zufallsvariablen wird berechnet, indem die einzelnen Werte  $x_i$  mit ihrer jeweiligen Wahrscheinlichkeit  $P(x_i)$  multipliziert (gewichtet) werden. Anschließend werden die einzelnen Produkte addiert:

$$E(X) = \sum_{i=1}^k x_i \cdot P(x_i) = x_1 \cdot P(x_1) + x_2 \cdot P(x_2) + \dots + x_k \cdot P(x_k)$$

**Beispiel** (wie oben, Gefäß mit 4 blauen, 3 roten und 2 gelben Kugeln):

Bei einem Glücksspiel wird aus dem Gefäß eine Kugel gezogen und abhängig von der Kugelfarbe ein Gewinn von 0€ (blau), 1€ (rot) und 3€ (gelb) ausgezahlt:

Kugel	$b$	$r$	$g$
Gewinn $x_i$	0	1	3
Wahrscheinlichkeit $P(x_i)$	$P(b) = \frac{4}{9}$	$P(r) = \frac{3}{9}$	$P(g) = \frac{2}{9}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^k x_i \cdot P(x_i) = 0 \cdot \frac{4}{9} + 1 \cdot \frac{3}{9} + 3 \cdot \frac{2}{9} = 1\text{€}$$

Der Erwartungswert für den Gewinn beträgt 1€. Bei einem Einsatz von 1€ pro Ziehung wäre das Spiel daher fair. Bei einem höheren Einsatz würde der Anbieter des Glücksspiels einen Gewinn erzielen.