

2. Stochastik

1 Stochastik 1

1.1 Baumdiagramme

Zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten, die mehrfach durchgeführt werden, eignen sich Baumdiagramme.

Beispiel: Ziehen mit Zurücklegen

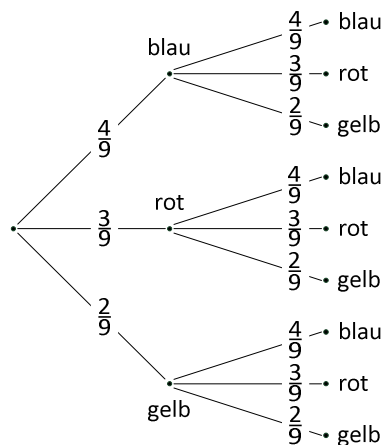
Ein Gefäß enthält 4 blaue, 3 rote und 2 gelbe Kugeln. Eine Kugel wird gezogen und anschließend **wieder** in das Gefäß **zurückgelegt**. Dieser Versuch wird zweimal durchgeführt.

Die Wahrscheinlichkeiten für das Ereignis, dass eine Kugel mit einer bestimmten Farbe gezogen wird, lauten in jedem Versuch:

$$P(b) = \frac{4}{9}$$

$$P(r) = \frac{3}{9}$$

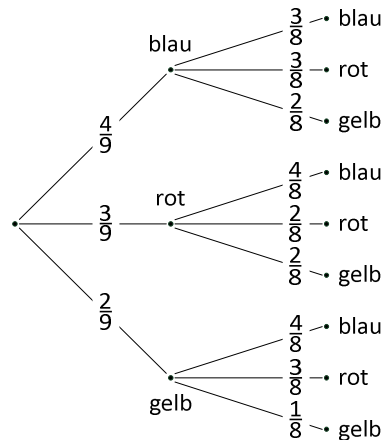
$$P(g) = \frac{2}{9}$$



Beispiel: Ziehen ohne Zurücklegen

Wird der gleiche Versuch durchgeführt, **ohne** dass die Kugeln wieder in das Gefäß **zurückgelegt werden**, ändern sich bei der Wiederholung die Wahrscheinlichkeiten.

Beim zweiten Ziehen befinden sich nur noch 8 Kugeln im Gefäß. Die Wahrscheinlichkeiten hängen davon ab, welche Farbe vorher gezogen wurde.



1.2 Pfadregeln

Produktregel: Die **Wahrscheinlichkeit eines Pfades** wird berechnet, indem die einzelnen Wahrscheinlichkeiten entlang des Pfades miteinander **multipliziert** werden.

Summenregel: Wenn für ein bestimmtes Ereignis **mehrere Pfade** berücksichtigt werden müssen, werden die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade **addiert**.

Beispiel (wie oben, Gefäß mit 4 blauen, 3 roten und 2 gelben Kugeln):

Ereignis	Ziehen mit Zurücklegen	Ziehen ohne Zurücklegen
Zwei blaue Kugeln	$P(bb) = \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$	$P(bb) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$
Eine rote und eine gelbe Kugel	$P(rg) = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{81}$ $P(gr) = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{9} = \frac{6}{81}$ $P = P(rg) + P(gr)$ $= \frac{6}{81} + \frac{6}{81} = \frac{4}{27}$	$P(rg) = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{12}$ $P(gr) = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{12}$ $P = P(rg) + P(gr)$ $= \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$

Beispiel: Neun Spielkarten (vier Asse, drei Könige und zwei Damen) liegen verdeckt auf dem Tisch.

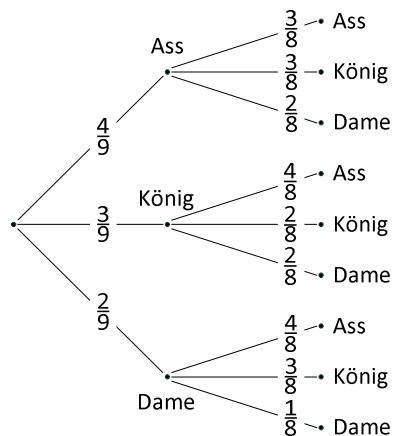
Jana dreht zwei zufällig gewählte Karten um und lässt sie aufgedeckt liegen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: Es liegt kein Ass aufgedeckt auf dem Tisch

B: Eine Dame und ein Ass liegen aufgedeckt auf dem Tisch

Zunächst wird ein Baumdiagramm für das Zufallsexperiment „Zweimaliges Ziehen ohne Zurücklegen“ erstellt:



Die Wahrscheinlichkeit, dass kein Ass aufgedeckt auf dem Tisch liegt, beträgt:

$$P(A) = P(kk) + P(kd) + P(dk) + P(dd) = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{18}$$

(Hinweis: Es geht auch schneller mit einem Baumdiagramm, welches nur in „Ass“ und „Nicht-Ass“ verzweigt.)

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Dame und ein Ass aufgedeckt auf dem Tisch liegen, beträgt:

$$P(B) = P(ad) + P(da) = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{2}{9}$$