

4 Integralrechnung

4.1 Integrieren

Mithilfe einer **Stammfunktion $F(x)$** können beispielsweise Flächeninhalte zwischen Kurve und x-Achse berechnet werden.

Hierzu dienen die nachfolgenden Regeln.

Integrieren der Grundfunktionen

$$f(x) = x^n \qquad F(x) = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1}$$

$$f(x) = 1 \qquad F(x) = x$$

$$f(x) = e^x \qquad F(x) = e^x$$

$$f(x) = e^{ax} \qquad F(x) = \frac{1}{a} \cdot e^{ax}$$

$$f(x) = \sin(x) \qquad F(x) = -\cos(x)$$

$$f(x) = \cos(x) \qquad F(x) = \sin(x)$$

Weitere Integrationsregeln

Summenregel: $f(x) = u(x) + v(x)$; $F(x) = U(x) + V(x)$

Beispiel: $f(x) = x^2 + e^x$; $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + e^x$

Faktorregel: $f(x) = c \cdot u(x)$; $F(x) = c \cdot U(x)$ ($c \in \mathbb{R}$)

Beispiel: $f(x) = 3 \cdot \sin(x)$; $F(x) = -3\cos(x)$

Regel für konstante Summanden: $f(x) = u(x) + c$; $F(x) = U(x) + cx$ ($c \in \mathbb{R}$)

Beispiel: $f(x) = \sin(x) + 3$; $F(x) = -\cos(x) + 3x$

Ermittelte Stammfunktionen lassen sich durch Ableiten überprüfen!

Aufgabe (aus Abiturprüfung 2016/2017)

Ermitteln Sie eine Stammfunktion der Funktion h mit $h(x) = e^{2x} - 4x$, deren Schaubild durch den Punkt $P(0|5)$ verläuft.

Bilden einer Stammfunktion: $H(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + c$ mit $c \in \mathbb{R}$.

Punktprobe mit $P(0|5)$: $5 = \frac{1}{2}e^{2 \cdot 0} - 2 \cdot 0^2 + c \rightarrow 5 = \frac{1}{2} + c \rightarrow c = 4,5$

Man erhält: $H(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + 4,5$