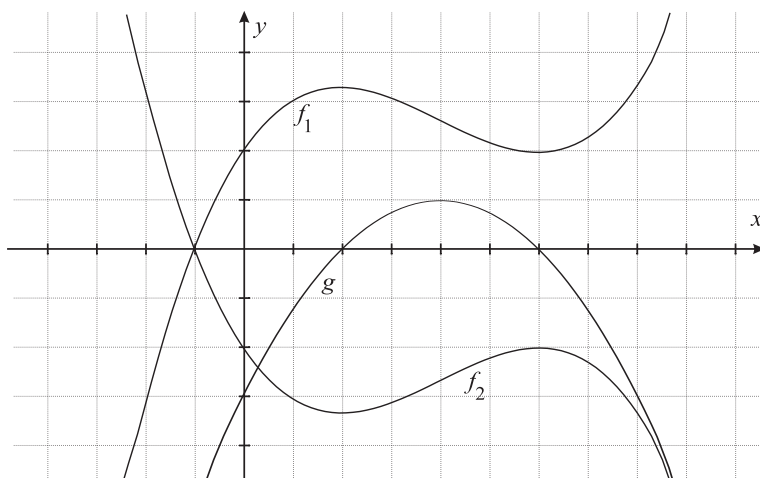


1. Aufgabe

- Graphen zuordnen
- Integral berechnen
- Koordinatenachsen beschriften
- Ganzrationale Funktionen

- a) Gegeben ist die Funktion g durch $g(x) = -2x^2 + 8x - 6$. In der Abbildung sind die Graphen der Funktionen g , f_1 und f_2 dargestellt:



Entscheiden Sie, welche der beiden Funktionen f_1 oder f_2 eine Stammfunktion von g ist. Geben Sie dafür zwei (verschiedene) Gründe an.

- b) Beschriften Sie in der gegebenen Abbildung die Achsen mit einer geeigneten Skala.
- c) Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt A der Fläche, die der Graph von g mit der x -Achse einschließt, $\frac{8}{3}$ FE beträgt.

Tipps

1. Aufgabe

- a) Beachten Sie, dass der Graph von g eine Parabel ist. Überlegen Sie, welche Steigung eine Stammfunktion von g an bestimmten Punkten hat und welcher Art der Extrempunkt des Graphen der Stammfunktion ist (Hoch- oder Tiefpunkt), wenn g einen Vorzeichenwechsel an einer Nullstelle hat.
- b) Zur Beschriftung der Achsen berechnen Sie die Koordinaten des Extrempunkts mithilfe der 1. Ableitung. Alternativ können Sie auch eine Wertetabelle aufstellen.
- c) Den Flächeninhalt A der Fläche zwischen dem Graphen von g und der positiven x -Achse erhalten Sie durch Integration über eine Stammfunktion von g ; die Integrationsgrenzen sind dabei die Nullstellen von g .

Notiz-Rand

1. Aufgabe

- a) Es ist $g(x) = -2x^2 + 8x - 6$. Dies ist die Gleichung einer Parabel und f_2 ist eine Stammfunktion von g . Dies kann folgendermaßen begründet werden:

Da $g(0) < 0$, muss eine Stammfunktion von g für $x = 0$ eine negative Steigung besitzen.

Da g bei der kleineren der beiden Nullstellen einen Vorzeichenwechsel von $-$ nach $+$ hat, muss eine Stammfunktion von g an dieser Stelle ein Minimum haben. Entsprechend liegt bei der anderen Nullstelle von g ein VZW von $+$ nach $-$ vor; eine Stammfunktion muss dort ein Maximum haben.

Da der Graph von g einen Hochpunkt mit positivem y -Wert hat, muss der Graph der Stammfunktion von g an der entsprechenden Stelle einen Wendepunkt mit positiver Steigung haben.

Da der Graph von g eine nach unten geöffnete Parabel ist und somit der Koeffizient a von ax^2 negativ ist, muss bei einer Stammfunktion von g der Koeffizient b von bx^3 ebenfalls negativ sein, so dass der Graph der Stammfunktion für große positive x -Werte eine negative Steigung hat und die Funktionswerte gegen $-\infty$ gehen.

- b) Um die Achsen geeignet zu beschriften, bestimmt man den Extrempunkt des Graphen von g .

Diesen erhält man mithilfe der 1. Ableitung von g :

$$g'(x) = -2 \cdot 2x + 8 = -4x + 8$$

Die notwendige Bedingung $g'(x) = 0$ führt zu $-4x + 8 = 0$ mit der Lösung $x = 2$.

Setzt man $x = 2$ in $g(x)$ ein, so erhält man den y -Wert: $g(2) = -2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 6 = 2$.

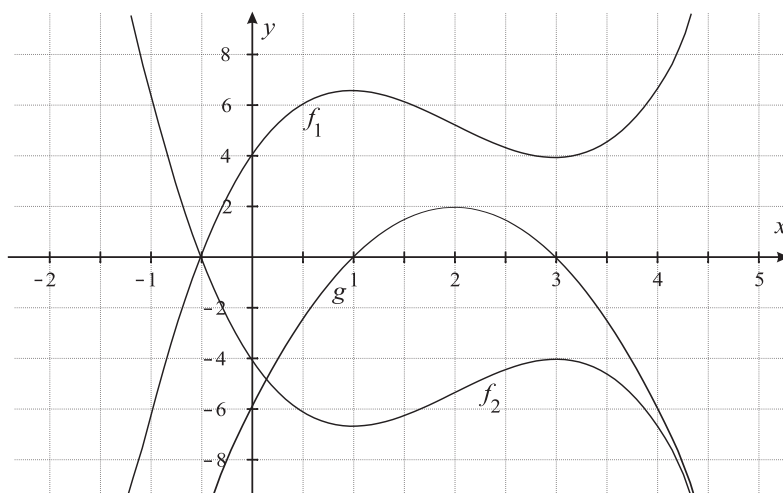
Somit hat der Extrempunkt, der Scheitel der Parabel, die Koordinaten $S(2 | 2)$.

Alternativ kann man in diesem Fall auch eine Wertetabelle aufstellen:

x	0	1	2	3	4
$g(x)$	-6	0	2	0	-6

Nun können die Achsen beschriftet werden.

Für die x -Achse gilt: 1 LE $\hat{=}$ 2 Hilfsgitterlinien, für die y -Achse gilt: 2 LE $\hat{=}$ 1 Hilfsgitterlinien.



- c) Um den Flächeninhalt A der Fläche, die der Graph von g mit der x -Achse einschließt,



frv.tv/da

zu berechnen, verwendet man den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung; die Integrationsgrenzen sind die Nullstellen $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$ von g :

$$\begin{aligned} A &= \int_1^3 g(x) dx = \int_1^3 (-2x^2 + 8x - 6) dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 + 4x^2 - 6x \right]_1^3 \\ &= \left(-\frac{2}{3} \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 \right) - \left(-\frac{2}{3} \cdot 1^3 + 4 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 \right) = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

Der Flächeninhalt A beträgt $\frac{8}{3}$ FE.